1

(1) $\vec{a}=(\sqrt{3},\ 0,\ 1)$ とする。空間のベクトル $\vec{b}$, $\vec{c}$ はともに大きさが1であり，$\vec{a}\perp\vec{b}$, $\vec{b}\perp\vec{c}$, $\vec{c}\perp\vec{a}$ とする。

(i) p, q, r を実数とし，$\vec{x}=p\vec{a}+q\vec{b}+r\vec{c}$ とするとき，内積 $\vec{x}\cdot\vec{a}$ と $\vec{x}$ の大きさ $|\vec{x}|$ を p, q, r を用いて表すと，$\vec{x}\cdot\vec{a}=\boxed{\text{（ア）}}$, $|\vec{x}|=\boxed{\text{（イ）}}$ である。

(ii) $(5,\ 0,\ z)=s\vec{a}+(\cos\theta)\vec{b}+(\sin\theta)\vec{c}$ を満たす実数 s, θ が存在するような実数 z は2個あるが，それらをすべて求めると $z=\boxed{\text{（ウ）}}$ である。

(2) n を奇数とする。n と $\left[\dfrac{3n+2}{2}\right]$ の積が6の倍数であるための必要十分条件は，n を $\boxed{\text{（エ）}}$ で割ったときの余りが $\boxed{\text{（オ）}}$ となることである。ただし，実数 x に対し x を超えない最大の整数を $[x]$ と表す。また，$\boxed{\text{（エ）}}$, $\boxed{\text{（オ）}}$ は $0\leqq\boxed{\text{（オ）}}<\boxed{\text{（エ）}}$ を満たす整数である。$\boxed{\text{（エ）}}$, $\boxed{\text{（オ）}}$ を求める過程を解答欄（2）に記述しなさい。

2

r を正の実数とし，円 C_1：$(x-2)^2+y^2=r^2$，楕円 C_2：$\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$ を考える。

（1） 円 C_1 と楕円 C_2 の共有点が存在するような r の値の範囲は $\boxed{\text{（カ）}} \leqq r \leqq \boxed{\text{（キ）}}$ である。

（2） $r=1$ のとき，C_1 と C_2 の共有点の座標をすべて求めると $\boxed{\text{（ク）}}$ である。これらの共有点のうち y 座標が正となる点の y 座標を y_0 とする。連立不等式

$$\begin{cases} (x-2)^2+y^2 \leqq 1 \\ 0 \leqq y \leqq y_0 \end{cases}$$

の表す領域の面積は $\boxed{\text{（ケ）}}$ である。

（3） 連立不等式

$$\begin{cases} (x-2)^2+y^2 \leqq 1 \\ \dfrac{x^2}{9}+y^2 \geqq 1 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。D を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積は $\boxed{\text{（コ）}}$ である。

3

最初に袋の中に白玉が 1 個入っている。次の規則に従って，1 回の操作につき白玉または赤玉を 1 個ずつ加えていく。

- 1 回目の操作では，コインを投げ，表が出たときには赤玉を袋の中に 1 個加え，裏が出たときには白玉を袋の中に 1 個加える。
- 2 回目以降の操作では，コインを投げ，表が出たときには赤玉を袋の中に 1 個加え，裏が出たときには袋から玉を 1 個無作為に取り出し，その色を見てから袋に戻し，さらに同じ色の玉を袋の中に 1 個加える。

（1） 2 回目の操作を終えたとき，袋の中に白玉がちょうど 2 個入っている確率は $\boxed{\text{（サ）}}$ である。

（2） 3 回目の操作を終えたとき，コインの表が 2 回，裏が 1 回出ていたという条件の下で，袋の中に白玉がちょうど 2 個入っている条件つき確率は $\boxed{\text{（シ）}}$ である。

以下，k は 2 以上の整数とし，k 回目の操作を終えたときを考える。

（3） 袋の中に白玉のみが入っている確率は $\boxed{\text{（ス）}}$ である。

（4） 1 回目の操作で赤玉を加えたという条件の下で，袋の中に白玉がちょうど k 個入っている条件つき確率は $\boxed{\text{（セ）}}$ である。

（5） 袋の中に白玉がちょうど k 個入っている確率は $\boxed{\text{（ソ）}}$ である。

4

曲線 $C: y=e^x$ を考える。

（1） a, b を実数とし，$a \geqq 0$ とする。曲線 C と直線 $y=ax+b$ が共有点をもつための a と b の条件を求め，求める過程とともに解答欄（1）に記述しなさい。

（2） 正の実数 t に対し，C 上の点 $\mathrm{A}(t,\ e^t)$ を中心とし，直線 $y=x$ に接する円 D を考える。直線 $y=x$ と円 D の接点Bの x 座標は $\boxed{\text{（タ）}}$ であり，円 D の半径は $\boxed{\text{（チ）}}$ である。線分ABを3：2に内分する点をPとし，Pの x 座標，y 座標をそれぞれ $X(t)$，$Y(t)$ とする。このとき，等式

$$\lim_{t\to\infty} \frac{Y(t)-kX(t)}{\sqrt{\{X(t)\}^2+\{Y(t)\}^2}}=0$$

が成り立つような実数 k を求めると $k=\boxed{\text{（ツ）}}$ である。ただし，$\lim\limits_{t\to\infty} te^{-t}=0$ である。

5

半径 $4\sqrt{2}$ の球面 S 上に 3 点 A，B，C があり，線分 AB，BC，CA の長さはそれぞれ $\mathrm{AB}=4\sqrt{6}$，$\mathrm{BC}=10$，$\mathrm{CA}=6$ とする。

(1) $\cos\angle\mathrm{ABC}=$ $\boxed{\text{（テ）}}$ である。平面 ABC で球面 S を切った切り口の円を T とする。T の半径は $\boxed{\text{（ト）}}$ である。点 D が円 T 上を動くとき，$\triangle\mathrm{DAB}$ の面積の最大値は $\boxed{\text{（ナ）}}$ である。

(2) 球面 S の中心 O から平面 ABC に下ろした垂線 OH の長さは $\boxed{\text{（ニ）}}$ である。

(3) 点 E が球面 S 上を動くとき，三角錐 EABC の体積の最大値は $\boxed{\text{（ヌ）}}$ である。